. LINGUAGGI IN TRANSITO: MATEMATICA. GERMOGLI

.

. DOMANDE AL PROFESSOR ZALAMEA

. MICHELA TORRI

. 16 DICEMBRE 2017

.

. RISPOSTE DI ZALAMEA

. (mi scuso ancora degli inevitabili errori nell'italiano)

. 14 Gennaio 2018

.

1) Come il matematico trova i suoi oggetti di indagine?

In generale, non vengono proprio dal matematico singolare, sono degli oggetti di indagine di una *vita matematica lunga e comunitaria* che ci trascende. Lo spazio, il numero, la forma, si trasformano da secoli, in un intento di catturare delle armonie nascoste nel mondo e nel pensiero.

2) Cosa decide cosa riguarda l'interno e l'esterno di un oggetto di indagine?

Da un punto di vista astratto, il *contesto* decide, i.e. il tessuto di relazioni legate all'oggetto di indagine. Se il contesto tende ad essere analitico, l'interno prevale. Se il contesto tende piuttosto ad essere sintetico, l'esterno prevale. Più precisamente, nella matematica, quando parliamo di interno ed esterno, c'è uno *sfondo topologico* inevitabile sul quale si sviluppa l'oggetto: la topologia ci offre delle frontiere, e con queste si precisano l'interno e l'esterno.

3) Se la re-composizione via morfismi si pone come obbiettivo una comprensione di tipo relazionale tra l'oggetto e l'ambiente, la nozione di morfismo è il potenziale che si pone come fine o come presupposto di tale atto?

Nella teoria delle categorie, i morfismi sono *presupposti*, governati da assiomi molto precisi (è una teoria formalizzabile in primo ordine, indipendente della teoria degli insiemi). Un morfismo singolare tende ad essere una forma di *attualità*. Invece la considerazione di *tutti* i morfismi di un certo tipo (essenziale nei fasci e nei topoi) è fondamentalmente una *potenzialità di possibili*, che ci apre a nuovi *fini*. In una parola, il *senso della modalità* (attuale o possibile) dipende di una scala di molteplicità.

4) Come l'ambiente determina l'oggetto e come l'oggetto influenza l'ambiente? Come intende la matematica la nozione di relazione?

L'ambiente determina con sicurezza l'oggetto. Invece, un oggetto può non influenzare affatto l'ambiente. In generale, la molteplicità determina la singolarità, raramente occorre il contrario. Per esempio, la società ci determina, ma è raro che un individuo singolare determini la società (se questo occorre, si parla di un "genio"). La relazione in matematica è un caso particolare (governato da assiomi) di relazioni in generale. Il *common sense* applica lì.

5) Come intendere il funtore, in quanto transito, nella sua efficacia trasformativa? Ciò che lega e scioglie, in che termini trasforma?

L'efficacia del funtore risiede nel suo livello di *trasformare delle trasformazioni*. Siamo in un *secondo ordine,* in una *iterazione* (trans del trans) che rende più riche le perspettive. Vediamo da più in alto: è come salire ad una montagna per vedere il paesaggio. Un'altra cosa è legare e sciogliere, questo è proprio dei *fasci*, no dei funtori.

6) Qual è la differenza tra insieme e gruppo?

Un gruppo è un insieme con una operazione addizionale: una struttura dove potete risolvere delle semplice equazioni.

7) Se la matematica si pone di rappresentare la relazione tra ideale e reale, il processo generativo dalla visione al reticolo simbolico con cui il mondo si ricompone ogni volta, come si esclude tra le sue operazioni il calcolo? Calcolare, in quanto scandire e ripresentare, non è insito nel legame tra numero e spazio?

Il calcolo no si deve escludere, è fondamentale per la matematica, ma è soltanto una parte della sua indagine. Il calcolare sì che è insito nel legame tra numero e spazio.

8) Potrebbe chiarire il legame tra numero e spazio? Come la matematica intende la continuità e la discontinuità?

Questa è una domanda troppo difficile: *tutta la storia della matematica* lotta tra numero-discontinuità e spazio-continuità. Dovremmo dunque parlare di *centinaia* di matematici lavorando molto forte. Le grande invenzioni dell'algebra vano dal lato numero-discontinuità, le grande invenzioni della topologia vanno dal lato spazio-continuità. I legami sono fortissimi, come vedevamo, per esempio, nel teorema di Riemann-Roch, nell'invenzione della topologia algebrica di Poincaré, o nell'invenzione (inversa) dell'algebra topologica in Grothendieck.

9) Qual è il luogo del fascio? La dinamicità dei fasci configura il pensiero in quanto spazio delle variazioni dello stesso nei molti, dell'ideale nel reale?

Il luogo del fascio è *molteplice*: incomincia nella variabile complessa, ma dopo transita tra gli spazi topologici, tra le categorie, tra i topoi, tra le logiche non classiche, eccetera. Il fascio è un concetto veramente *archetipico*, universale, che trascende i diversi luoghi particolari. Le variazioni tra ideale e reale sono infatti ben capite con l'uso dei fasci (sono parte dei risultati che da qualche anni abbiamo nel mio Seminario di Bogotá).

10) Cosa genera l'ideale? Qual è la sua storia?

Anche domanda troppo vasta. Immagino che *tutta la storia della filosofia* si inserisce lì…

11) Che importanza hanno nella matematica i concetti di confine e di gerarchia?

Importanza enorme. Le *gerarchie* sono fondamentali per costruire una grande architettonica; i *confini* sono fondamentali per capire i diversi livelli delle gerarchie.

12) L'archetipo, matematicamente inteso, si può cogliere in quanto tale o è solo ciò che conforma la postura della ricerca? Ha a che fare con ciò che fonda il metodo?

Più che cogliersi, io vedo gli archetipi in azione, *proiettandosi* sui tipi: gli archetipi rimangono in un livello alto, ma si incarnano sui tipi più bassi. *L'andirivieni* tra universale e particolare, tra archetipo e tipi, potrebbe forse intuirsi come un scioglimento di idee. Il *metodo* si fonderebbe piuttosto sull'andirivieni, che su l'alto o il basso.

[PD: A Michela Torri: grazie per il bellissimo saggio sull' *Arte del andirivieni*. E **grazie tantissime anche a tutti** gli altri colleghi per i vostri commenti: li ho visti solo adesso, varie settimane dopo che siano stati messi nel sito di Mechrì, scusatemi. Le vostre risposte mi hanno proprio commosso, credo di non avere avuto mai un pubblico così brillante e anche tanto generoso.]